

Devoir Maison de Printemps

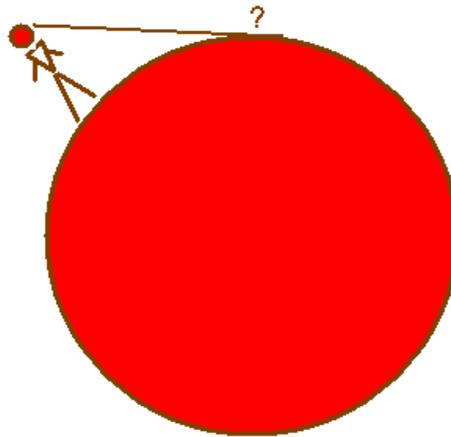
à rendre le lundi 21 avril 2008
classes de 4^o

Exercice 1 :

Aurélie est au téléphone. Ses communications sont décomptées à la minute, à un tarif constant. Aujourd'hui elle s'aperçoit que si elle avait parlé neuf minutes de plus, elle aurait payé le triple du prix qu'elle aurait payé si elle avait parlé cinq minutes de moins. Combien de temps a-t-elle parlé ?

Exercice 2 :

Debout sur le sable, sur la plage du Littoral, je me demande jusqu'où porte mon regard ; autrement dit, la Terre étant ronde depuis Galilée, à quelle distance est la dernière vague que je suis capable d'apercevoir ?



Et s'il y a le trois mâts « la duchesse Anne » au loin, jusqu'à quelle distance maximale puis-je la voir ?

NB : on considérera que mes yeux sont à 1,72 m du sol, que le rayon de la Terre est approximativement égal à 6371 km et que la duchesse Anne a un grand mât d'environ 48 m.



Correction :

Exercice 1 :

Le tarif des communications étant fixe, payer trois fois plus cher signifie parler trois fois plus longtemps. On recherche donc le temps de parole d'Aurélié, sachant que neuf minutes de plus représente le triple de cinq minutes de moins.

Il existe différentes façons de trouver ce temps de parole.

On peut par exemple utiliser un tableur, avec trois colonnes : la première représentant le temps de parole d'Aurélié, la deuxième 9 minutes de plus et la troisième 5 minutes de moins. Il suffit alors de chercher à quelle ligne la deuxième colonne vaut le triple de la troisième pour avoir la solution. Le défaut de cette procédure est qu'il vaut mieux que la solution soit un nombre entier, sinon on risque de ne pas tomber dessus immédiatement. Par ailleurs, on n'est pas sûr de trouver toutes les solutions.

Illustration :

Temps de parole (en min)	9 minutes de plus	5 minutes de moins	Est-ce le triple ?
1	10	impossible	X
2	11	impossible	X
3	12	impossible	X
4	13	impossible	X
5	14	0	non
6	15	1	non
7	16	2	non
8	17	3	non
9	18	4	non
10	19	5	non
11	20	6	non
12	21	7	OUI
13	22	8	non
14	23	9	non
15	24	10	non
16	25	11	non
17	26	12	non
18	27	13	non
19	28	14	non
20	29	15	non
21	30	16	non
22	31	17	non
23	32	18	non
24	33	19	non
etc			
...			
...			

On peut aussi résoudre ce problème en écrivant une équation dans laquelle l'inconnue est le temps de parole d'Aurélié. Dans ce cas, on trouvera la solution par un calcul, que ce soit un nombre entier ou non.

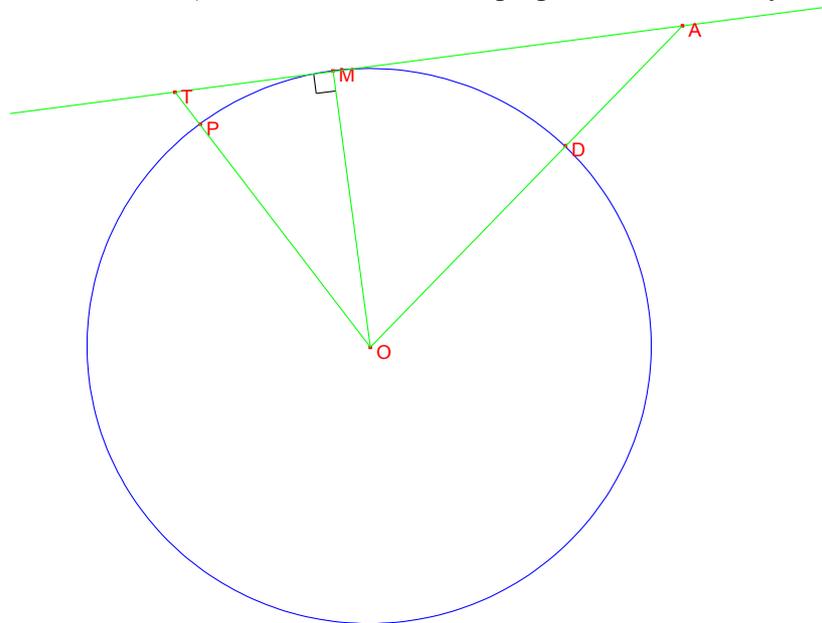
Illustration : soit t le temps de parole d'Aurélié (en minutes). 9 minutes de plus font $t+9$ et 5 minutes de moins font $t-5$. L'équation est donc : $t+9=3\times(t-5)$. Il ne reste plus qu'à résoudre. D'abord on développe le deuxième membre : $t+9=3t-15$. Puis on rassemble les nombres dans les bons membres : $9+15=3t-t$; on réduit : $2t=24$ et on divise : $t=12$. Apparemment, Aurélié a téléphoné 12 minutes.

Vérifions : 9 minutes de plus font $12+9=21$ et 5 minutes de moins font $12-5=7$. On voit que 21

est bien le triple de 7, ce qui fait qu'elle paiera le triple pour 21 minutes que pour 7 minutes.
 Conclusion : Aurélie a téléphoné 12 minutes ce jour là.

Exercice 2 :

Modélisons cette situation par un cercle de centre O qui représentera la terre, le segment [TP] qui représentera l'homme (tête-pied) et le segment [DA] pour le mât de la Duchesse Anne. Il ne reste plus qu'à nommer M le point visible sur la mer. Ce point est le point de tangence de la droite (TA) avec la Terre (en fait avec la mer). Cette droite est donc perpendiculaire au rayon [OM] :



On convertit toutes les longueurs en mètre :

$$OM = 6\,371\,000 \text{ m}$$

$$OT = 6\,371\,000 + 1,72 = 6\,371\,001,72 \text{ m}$$

$$OA = 6\,371\,000 + 48 = 6\,371\,048 \text{ m}$$

On peut maintenant calculer les deux longueurs demandées : TM et TA.

Dans le triangle TMO, rectangle en M, on applique la propriété de Pythagore :

$$OT^2 = TM^2 + MO^2$$

$$6\,371\,001,72^2 = TM^2 + 6\,371\,000^2$$

$$40\,589\,662\,916\,242,9584 = TM^2 + 40\,589\,641\,000\,000$$

$$TM^2 = 40\,589\,662\,916\,242,9584 - 40\,589\,641\,000\,000$$

$$TM^2 = 21\,916\,242,9584$$

$$TM = \sqrt{21\,916\,242,9584} \approx 4\,681,5$$

Ceci pour dire qu'on voit la mer jusqu'à 4 681,5 m soit un peu plus de 4,5 km.

Dans le triangle AOM, rectangle en M, on applique la propriété de Pythagore :

$$AO^2 = AM^2 + OM^2$$

$$6\,371\,048^2 = AM^2 + 6\,371\,000^2$$

$$40\,590\,252\,618\,304 = AM^2 + 40\,589\,641\,000\,000$$

$$AM^2 = 40\,590\,252\,618\,304 - 40\,589\,641\,000\,000$$

$$AM^2 = 611\,618\,304$$

$$AM = \sqrt{611\,618\,304} \approx 24\,730,9$$

donc $TM + AM \approx 4\,681,5 + 24\,730,9 \approx 29\,412,4$ ce qui signifie qu'on voit la Duchesse Anne jusqu'à environ 29 km et demi.