

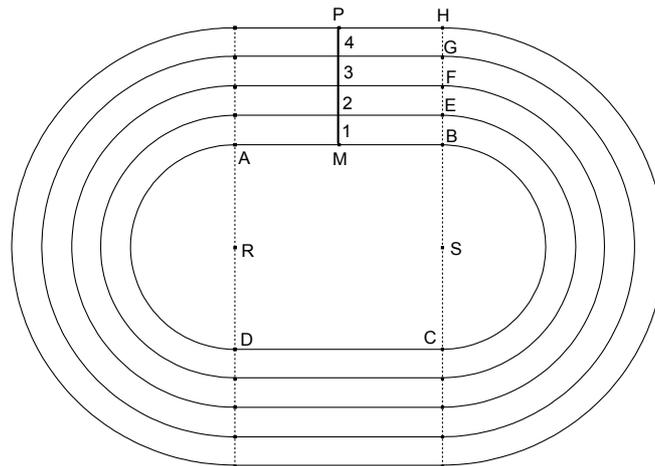
Devoir Maison n°8

classes de 6°
pour lundi 26 janvier 2009

La piste d'athlétisme

Partie 1 :

Une piste d'athlétisme a quasiment la forme suivante :



Sur cette figure, ABCD est un carré de 77,82 m de côté. La largeur de chaque couloir est de 1,22 m. Dans les virages, les coureurs ont l'habitude de longer la ligne la plus à l'intérieur, afin de suivre le trajet le plus court possible. Il y a ici quatre couloirs, numérotés de 1 à 4. Le segment [PM] représente la ligne de départ et d'arrivée. R et S sont les milieux des segments [AD] et [BC] et aussi les centres des deux virages.

- 1-En utilisant 3,14 comme valeur de π , calculer la longueur (en mètre) du couloir numéro 1, de la ligne de départ à la ligne d'arrivée, sur un tour complet (on arrondira le résultat au cm près)
- 2-Faire de même pour les trois autres couloirs. Pourquoi n'ont-ils pas tous la même longueur ?
- 3-Pour compenser le fait que certains couloirs sont plus longs que d'autres, les coureurs ne partent pas tous de la ligne de départ : certains partent avec une longueur d'avance. Calculer cette longueur pour chacun des trois couloirs 2 à 4, la longueur de référence étant celle du couloir 1.

Partie 2 :

Le jour de la compétition, 32 coureurs se sont inscrits. Bien entendu, ils ne peuvent courir que quatre à la fois. La compétition va donc se dérouler en plusieurs phases éliminatoires. Lors de la première phase, tous les coureurs participent.

1- Combien de courses comptera la première phase ?

Les organisateurs ont décidé de garder les deux meilleurs coureurs de chaque course pour participer à la phase éliminatoire suivante. Les phases se succèdent ainsi jusqu'au moment où on peut enfin décerner la médaille d'or au coureur le plus rapide de tous.

2-À combien de courses a participé le vainqueur ? Combien de courses ont eu lieu en tout ?

Les frais d'inscription à la charge de chaque coureur ont été les suivants : 175 € pour participer à la première phase, puis 85 € par course supplémentaire à laquelle on participe. Le vainqueur empoche la moitié de la somme encaissée par les organisateurs.

3-Combien a gagné le vainqueur ?

BON COURAGE !

Correction :

Partie 1 :

1-La longueur du couloir n°1 :

Le coureur du couloir n°1 parcourt en tout deux lignes droites et deux virages.

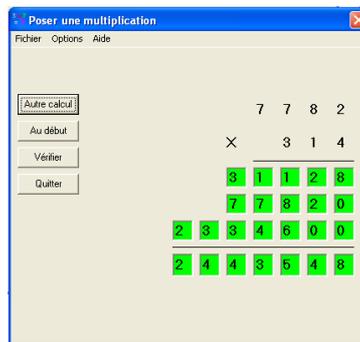
► les deux lignes droites ont la même longueur de 77,82 m. Cela fait en tout :

$$2 \times 77,82 = 155,64$$

Il faut donc déjà compter 155,64 m de ligne droite.

► les deux virages sont deux demi-cercles. On peut donc considérer que la longueur est celle d'un cercle entier, dont le diamètre vaut 77,82 m puisqu'il s'agit du virage le plus à l'intérieur :

$$p = \pi \times D = 3,14 \times 77,82 \quad \text{il reste à poser l'opération :}$$

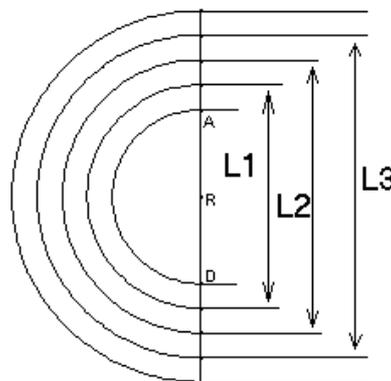


ce qui fait : $p = 244,3548$ m

► Total : la longueur du tour complet s'obtient en ajoutant les deux lignes droites et les deux virages : $L = 155,64 + 244,3548 = 399,9948$. On arrondit à 399,99 m. (quasiment les 400 m d'une piste officielle)

2-La longueur des autres couloirs :

Pour les autres couloirs, il faut procéder de la même façon, à cela près que les virages n'ont pas le même diamètre, comme le montre la figure suivante :



$$\text{On a : } L_1 = 77,82 + 2 \times 1,22 = 80,26 \quad L_2 = 77,82 + 4 \times 1,22 = 82,70 \quad L_3 = 77,82 + 6 \times 1,22 = 85,14$$

On remarque que les diamètres vont en augmentant ; c'est la raison pour laquelle les virages n'ont pas tous la même longueur : plus on est à l'extérieur, plus le périmètre est long, plus c'est long de faire le tour. Voici les calculs regroupés dans un tableau :

N° de couloir	Les lignes droites	Les virages	Total
Couloir 2	$2 \times 77,82 = 155,64$	$p = 3,14 \times 80,26$ $p = 252,02$	$155,64 + 252,02$ $= 407,66 \text{ m}$
Couloir 3	$2 \times 77,82 = 155,64$	$p = 3,14 \times 82,70$ $p = 259,68$	$155,64 + 259,68$ $= 415,32 \text{ m}$
Couloir 4	$2 \times 77,82 = 155,64$	$p = 3,14 \times 85,14$ $p = 267,34$	$155,64 + 267,34$ $= 422,98 \text{ m}$

Bien entendu, il faut poser les opérations sur la copie.

3-Longueur d'avance :

Pour calculer la longueur d'avance des coureurs les plus à l'extérieur, il n'y a qu'à calculer la différence entre leur distance et celle de la ligne n°1 :

- ▶ ligne 2 : $407,66 - 399,99 = 7,67 \text{ m}$
- ▶ ligne 3 : $415,32 - 399,99 = 15,33 \text{ m}$
- ▶ ligne 3 : $422,98 - 399,99 = 22,99 \text{ m}$

Partie 2 :

Pour répondre correctement à cette partie, le mieux est de faire un schéma de la situation.

Courses de la Phase 1	qualifiés	Phase 2	qualifiés	Phase 3	qualifiés	Phase 4	vainqueur
1) 4 coureurs	2	1) 4 coureurs	2	1) 4 coureurs	2	FINALE : 4 coureurs	1 seul vainqueur
2) 4 coureurs	2						
3) 4 coureurs	2	2) 4 coureurs	2				
4) 4 coureurs	2						
5) 4 coureurs	2	3) 4 coureurs	2	2) 4 coureurs	2		
6) 4 coureurs	2						
7) 4 coureurs	2	4) 4 coureurs	2				
8) 4 coureurs	2						
Total = 32 coureurs	Total = 16 qualifiés	Total = 16 coureurs	Total = 8 qualifiés	Total = 8 coureurs	Total = 4 qualifiés	Total = 4 coureurs	Un seul vainqueur
8 courses		4 courses		2 courses		1 course	

On n'a plus qu'à compter les courses :

- ▶ 8 en première phase éliminatoire

- ▶ Le vainqueur a participé à 4 courses
- ▶ Il y a eu en tout 15 courses.

Pour compter l'argent encaissé par les organisateurs, on doit procéder en deux parties :

- ▶ Les courses à 175 €, celles de la première phase : il y a eu 32 coureurs. Donc $32 \times 175 = 5600$ €
- ▶ Les courses à 85 € : il y en a eu 7 avec 4 coureurs chacune, donc 28 fois 85 € ont été ramassés :
 $28 \times 85 = 2380$ €

TOTAL = $5600 + 2380 = 7980$ €

Les organisateurs ont récolté 7980 € mais n'en ont redistribué que la moitié au gagnant, soit 3990 €